МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Навчально-науковий інститут електричної інженерії

та інформаційних технологій

КАФЕДРА АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

ЗВІТ

З ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Моделювання систем»

Виконав студент групи КН-23-1

Полинько Ігор Миколайович

Перевірив доцент кафедри АІС Бурдільна Є. В.

КРЕМЕНЧУК 2025

**Лабораторна робота № 3**

**Тема:** Моделювання дискретних випадкових величин та потоків подій

**Мета:** навчитися розв’язувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин із заданим законом розподілу з метою подальшого використання в задачах імітаційного моделювання.

**Виконання завдання лабораторної роботи:**

1. Побудувати процедуру імітації дискретної випадкової величини Х з законом розподілення, завданим у наступній таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Варіант |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 0,11 | 0,25 | 0,26 | 0,3 | 0,08 |  |  |

Випадкова величина приймає значень з імовірностями

(3.1)

Тоді функцію розподілення можна визначити наступним чином:

(3.2)

*…………*

Для розв’язання поставленого завдання можна застосувати метод оберненої функції, тобто знайти випадкову величину за допомогою перетворення де , – функція, обернена до.

Простіший алгоритм обчислення дискретної випадкової величини , який заданий таблицею розподілення:

Якщо , то інакше,

Якщо , то інакше,

Якщо , то інакше

Геометрична інтерпретація алгоритму зведена до наступного: одиничний відрізок ділиться на n ділянок довжиною . Якщо випадкове число припало, наприклад, на ділянку , то це означає, що як значення випадкової величини потрібно вибрати .

using System;

class Program

{

static void Main()

{

Console.OutputEncoding = System.Text.Encoding.UTF8;

// Задаємо ймовірності

double[] probabilities = { 0.11, 0.25, 0.26, 0.3, 0.08 };

double[] cumulative = new double[probabilities.Length + 1];

cumulative[0] = 0;

// Розрахунок меж (точок) для проміжків

for (int i = 0; i < probabilities.Length; i++)

{

cumulative[i + 1] = Math.Round(cumulative[i] + probabilities[i], 2);

}

// Виводимо точки проміжків

Console.Write("Точки проміжків: ");

for (int i = 1; i < cumulative.Length; i++)

{

Console.Write($"{cumulative[i]}; ");

}

Console.WriteLine();

// Лічильники

int[] counts = new int[probabilities.Length];

// Моделювання

Random rnd = new Random();

for (int i = 0; i < 10000; i++)

{

double value = rnd.NextDouble();

for (int j = 0; j < probabilities.Length; j++)

{

if (value > cumulative[j] && value <= cumulative[j + 1])

{

counts[j]++;

break;

}

}

}

// Вивід результатів

for (int i = 0; i < probabilities.Length; i++)

{

Console.WriteLine($"Випадкове значення потрапило у проміжок {cumulative[i]} - {cumulative[i + 1]}: {counts[i]} разів");

}

}

}

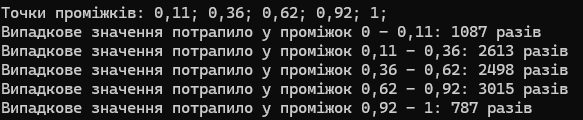


Рис 3.1 – Результат роботи процедури імітації дискретної випадкової величини

1. Створити процедуру моделювання випадкової величини з експоненціальним законом розподілення з параметром , який заданий у таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Варіант | 4 |  |
|  | 1 | 0,25 |

Для моделювання випадкової величини з експоненціальним законом розподілення з параметром можна також використовувати обернену функцію. Експоненціальна щільність розподілення випадкової величини має вигляд:

(3.3)

оберненою функцією буде функція

(3.4)

де – набір псевдовипадкових чисел, які отримані, наприклад, за допомогою функції rand.

using System;

using System.Collections.Generic;

class Program

{

static void Main()

{

Console.OutputEncoding = System.Text.Encoding.UTF8;

double lamda = 1;

List<double> Xn = new List<double>();

// Генерація 10 випадкових чисел

Random rnd = new Random();

for (int i = 0; i < 10; i++)

{

double y = rnd.NextDouble(); // Генерація випадкового числа Y в діапазоні [0, 1)

// Використовуємо обернену функцію для моделювання експоненціального розподілу

double xn = (-1 \* Math.Log(1 - y)) / lamda;

Console.WriteLine($"Число X з лямбдою {lamda} дорівнює: {xn}");

Xn.Add(xn); // Додаємо згенероване число до списку

}

}

}

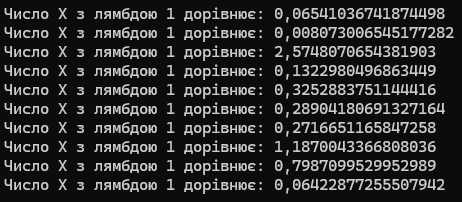


Рис 3.2 – Результат роботи процедури моделювання випадкової величини з експоненціальним законом розподілення

1. За допомогою складеної процедури моделювання випадкової величини з експоненціальним законом розподілення змоделювати потік подій, у якому інтервали часу між подіями мають експоненціальне розподілення з параметром λ. Результати моделювання відобразити на осі часу з позначенням моментів виникнення подій.

Для моделювання потоку подій, у якому інтервали часу між подіями розподілені за довільним законом, можна скористатися наступним алгоритмом:

1. За допомогою генератора псевдовипадкових чисел і оберненої функції отримати ряд значень
2. Нанести їх на вісь часу наступним чином:
   * перша подія настає після одиниць часу після початку моделювання,
   * друга подія настає після одиниць часу після початку моделювання і так далі.

using System;

using System.Collections.Generic;

class Program

{

static void Main()

{

Console.OutputEncoding = System.Text.Encoding.UTF8;

double lamda = 1;

List<double> Xn = new List<double>();

// Генерація 10 випадкових чисел

Random rnd = new Random();

for (int i = 0; i < 10; i++)

{

double y = rnd.NextDouble(); // Генерація випадкового числа Y в діапазоні [0, 1)

// Використовуємо обернену функцію для моделювання експоненціального розподілу

double xn = (-1 \* Math.Log(1 - y)) / lamda;

Xn.Add(xn);

}

double time = 0;

for (int i = 0; i < Xn.Count; i++)

{

time += Xn[i];

Console.WriteLine($"Подія {i} настала після {time} одиниці часу.");

}

}

}

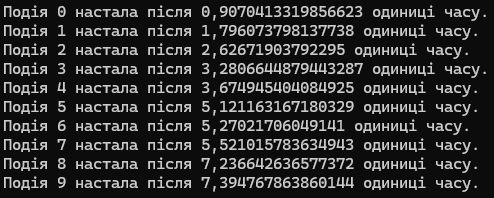


Рис 3.3 – Результат роботи потоку подій, у якому інтервали часу між подіями мають експоненціальне розподілення з параметром λ.

**Висновок:** на цій лабораторній роботі ми моделювали дискретні випадкові величини та потоки подій. Ми навчитися розв’язувати задачі моделювання випадкових подій і випадкових величин із заданим законом розподілу з метою подальшого використання в задачах імітаційного моделювання, створили три програмних застосунки, що імітують дискретні випадкові величини, процедури моделювання випадкової величини з експоненціальним законом розподілення та реалізували потік подій, у якому інтервали часу між подіями мають експоненціальне розподілення з параметром λ. Всі змінні були підібрані індивідуально по варіанту у списку журнала.

**Контрольні питання:**

1. **Що таке дискретна випадкова величина?**

Дискретна випадкова величина — це величина, яка може набувати лише окремих, ізольованих значень (як правило, цілих чисел), кожному з яких відповідає певна ймовірність. Прикладом дискретної випадкової величини може бути кількість влучень у мішень або кількість заявок, що надійшли за одиницю часу.

1. **Як задається закон розподілення дискретних випадкових величин?**

Закон розподілення дискретної випадкової величини задається у вигляді таблиці, в якій кожному можливому значенню випадкової величини відповідає певна ймовірність. Сума всіх ймовірностей повинна дорівнювати 1. Такий розподіл можна задати як таблично, так і графічно.

1. **Яким чином робиться моделювання дискретних випадкових величин?**

Моделювання дискретної випадкової величини здійснюється методом кумулятивної суми (накопиченої ймовірності). Генерується випадкове число з інтервалу [0; 1), після чого визначається, до якого з інтервалів накопичених ймовірностей воно належить. Значення випадкової величини, яке відповідає цьому інтервалу, і є результатом моделювання.

1. **Яким чином робиться моделювання випадкових величин з довільним законом розподілення?**

Для моделювання випадкових величин із довільним законом розподілення використовують метод оберненої функції розподілу. Полягає він у наступному:

1. генерується випадкове число Y з рівномірного розподілу на [0;1);
2. обчислюється значення X = F⁻¹(Y), де F⁻¹ — обернена функція до функції розподілу F(x).
3. Як можна змоделювати потік подій, у якому інтервали часу між подіями мають експоненціальне розподілення?

Для моделювання потоку подій з експоненціально розподіленими інтервалами часу застосовують обернений метод. Спочатку генерується послідовність випадкових величин X₁, X₂, ..., Xₙ, що мають експоненційний розподіл за формулою:

X = -ln(1 - Y) / λ, де Y ∈ [0;1)

Далі визначаються моменти часу настання подій як сума попередніх інтервалів:

T₁ = X₁

T₂ = X₁ + X₂

T₃ = X₁ + X₂ + X₃

...

Таким чином, формується часовий ряд, який моделює потік подій.